COMILLAS
UNIVERSIDAD PONTIFICIA
ICAI | ICADE | CIHS

PRUEBAS DE ADMISIÓN

UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS

PRUEBA DE MATEMÁTICAS

CURSO 2024-2025

COMILLAS
UNIVERSIDAD PONTIFICIA
ICAI | ICADE | CIHS

INSTRUCCIONES

1. Deberá contestar con lápiz en las hojas de respuesta que encontrará en la carpeta que está en su mesa con su nombre y número de solicitud. En ella debe aparecer escrito el nombre específico de cada prueba, como se indica a continuación:

MATEMÁTICAS

2. Compruebe **SIEMPRE, ANTES DE EMPEZAR A ESCRIBIR**, que su nombre y número de solicitud son correctos. Si no lo son, avise al profesor.
3. Marque con lápiz ejerciendo una presión normal para que pueda borrar en caso de equivocación.
4. **Preste atención** para que el **NÚMERO** que marque en la **HOJA DE RESPUESTAS** coincida con el **NÚMERO** de la **PREGUNTA**.
5. Puede utilizar el propio cuadernillo para hacer las operaciones que necesite del test de matemáticas. No olvide pasar la respuesta a la hoja de respuestas correspondiente.
6. Siga minuciosamente las instrucciones del Profesor.
7. A partir de la pregunta 13 del test de matemáticas, y hasta la 24, se debe contestar SOLO A UNA de las preguntas con el mismo número; por ejemplo, de las 13 y 13 Bis hay que elegir contestar SOLO A UNA de las dos y así sucesivamente. En su hoja de respuestas marque su contestación en el número que indica la pregunta, independientemente de si es Bis o no.
8. Si no ha solicitado ningún programa de ICAI, **DISPONE DE 45 MINUTOS PARA HACER ESTAS 24 PREGUNTAS.**
9. Las preguntas a partir de la 24 solo se deben responder si el candidato ha puesto en su solicitud algún programa de ICAI. **PARA HACER EL TOTAL DE 30 PREGUNTAS DISPONE DE 60 MINUTOS.**

NO PASE LA HOJA HASTA QUE SE LO INDIQUEN

CONTESTE EN LA HOJA DE RESPUESTAS

COMILLAS
UNIVERSIDAD PONTIFICIA
ICAI | ICADE | CIHS

Nota: A lo largo de toda la prueba utilizaremos la siguiente notación:

- $Ln(x)$ es el logaritmo neperiano de *x.*
- $log_2(x)$ es el logaritmo en base 2 de *x.*
- $arctan(x)$ es la arcotangente de x.

1. Sea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix}$. Señale la afirmación VERDADERA:

A. La matriz A no se puede invertir si b ó c son nulos

B. La matriz inversa de A resulta ser $A^{-1} = \frac{1}{b}\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{c} \\ -1 & \frac{a}{c} \end{pmatrix}$

C. La matriz A no es invertible porque el producto de los valores de la diagonal principal es nulo

D. Esta matriz siempre es invertible para cualquier valor real que tomen a, b y c

2. Sea el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + (m+1)y = 1 \\ x + my = 1 \end{cases}$, donde m es un parámetro real y las incógnitas son x e y . Señale la respuesta VERDADERA:

A. El sistema es compatible para todo valor real que tome el parámetro m

B. El sistema es compatible determinado para $m = 1$

C. El sistema es compatible indeterminado para $m = 1$

D. El rango de la matriz ampliada es 2 para $m = -1$

3. La solución de la ecuación logarítmica $2\,Ln(2x-2) - Ln(x-1) = 1$ es:

A. $x = 1$

B. $x = e + 1$

C. $x = \frac{e+4}{4}$

D. No tiene solución

4. La inecuación $x^2 + 2x - 15 > 0$ se cumple en los valores de x:

A. $x \in (-5, 3)$

B. $x = 3$ ó $x = -5$

C. $x < 5$

D. $x \in (-\infty, -5) \cup (3, \infty)$

5. El dominio D de la función $f(x) = \sqrt{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}$ es:

A. $D = (-3, -2) \cup (2, +\infty)$
B. $D = (-3, 2)$
C. $D = [2, +\infty)$
D. $D = [-3, -2] \cup [2, +\infty)$

6. Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-10x+12}{x^2+3x-10} & x < 2 \\ -3x+5 & x \geq 2 \end{cases}$. Señale la afirmación **FALSA**:

A. No tiene límite en $x = 2$
B. Esta función presenta una indeterminación en el límite cuando x tiende a 2
C. No es continua en $x = 2$
D. Es continua en su dominio

7. De la función $f(x) = \frac{x^2+2}{x-3}$, se puede afirmar:

A. Que tiene una única asíntota
B. Que tiene una asíntota horizontal
C. Que tiene una asíntota vertical y otra oblicua
D. Que tiene una asíntota vertical, una horizontal y una oblicua

8. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta, respecto al determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$? :

A. $|A| = -1$ para cualquier valor real de a
B. $|A| = 0$ para cualquier valor real de a
C. $|A| = 1$ cuando $a = -1$
D. $|A| = -2a$ para cualquier valor real de a

9. La función $f(x) = x^2 Ln \frac{3}{x^3+2x+5}$ tiene como derivada en $x = 1$:

A. $2Ln\frac{3}{8} - \frac{5}{8}$
B. $2Ln\frac{3}{8}$
C. $2Ln\frac{5}{8}$
D. $2Ln\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

10. La función $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & x < 0 \\ \frac{1-x}{e^x} & x \geq 0 \end{cases}$ es

A. Derivable para todo valor real de a y b
B. Derivable si $a = 0$ o $b = 0$
C. Derivable y continua para $a = -2$ y $b = 1$
D. Continua y derivable cuando $a = 1$ y $b = -2$

11. Dada la función $f(x) = \frac{x}{x+1}$ señale la afirmación **FALSA**:

A. Es una función que no presenta extremos relativos
B. Es una función que es creciente en el intervalo $(-\infty, -1)$
C. Es una función cóncava hacia abajo en todo su dominio
D. Es una función cóncava hacia abajo en el intervalo $(-1, \infty)$

12. La ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = Ln(x^2 + 3x - 9)$ en $x = 2$ es:

A. $y = 7x - 2$
B. $y = Ln7$
C. $y = 7x - 14$
D. $y = 14x - 7$

PASE LA PÁGINA

A partir de esta pregunta conteste a solo una de las preguntas con el mismo número. Por ejemplo, de la 13 y 13Bis conteste solo una de las dos y marque el resultado en la hoja de respuestas en la casilla 13, independientemente de si es tipo bis o no.

13. El siguiente límite $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{x+2}$ tiene como resultado:

A. e^2
B. 0
C. e
D. $+\infty$

13 Bis. Si el seno de un ángulo del segundo cuadrante es $\frac{4}{5}$, entonces su tangente y su secante son respectivamente:

A. $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{3}$
B. $-\frac{3}{5}$ y $-\frac{5}{3}$
C. $-\frac{4}{3}$ y $-\frac{5}{3}$
D. $\frac{4}{3}$ y $\frac{5}{3}$

14. Sean dos sucesos aleatorios A y B, tales que $P(A) = 0{,}5$; $P(B) = 0{,}8$ y $P(A \cap B) = 0{,}4$. Entonces $P(A|B)$ vale:

A. $0{,}5$
B. 1
C. $0{,}8$
D. Faltan datos

14 Bis. La solución a la ecuación $Ln\left(\frac{e^2}{e^x}\right) = cos\left(\frac{3\,\pi}{4}\right)$ es:

A. $x = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$
B. $x = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
D. $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

15. La derivada de $f(x) = sen\left(\frac{x^2}{x-3}\right)$ en $x = 4$ es:

A. $f'(4) = 2xcos\left(\frac{x^2}{x-3}\right)$
B. $f'(4) = \cos(64)$
C. $f'(4) = -8\cos(16)$
D. $f'(4) = \frac{x^2+3x}{(x-3)}cos\left(\frac{x^2}{x-3}\right)$

15 Bis. Sean A y B dos matrices 3×3. Si $AB\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, entonces:

A. Siempre se cumple que $|A| = 0$
B. Siempre se cumple que $|B| = 0$
C. Sabemos que $|A| = 0$ ó $|B| = 0$
D. Siempre se cumple que $|A| = |B| = 0$

16. La integral $I = \int_1^3 Lnx\, dx$ tiene como resultado:

A. $I = \frac{(Ln\, x)^2}{2} + C$ para todo valor real C
B. $I = 3Ln3$
C. $I = 3Ln3 - 2 + C$ para todo valor real C
D. $I = 3Ln3 - 2$

16 Bis. Si descomponemos un número s en dos sumandos a y b de manera que el producto de $a * b$ sea máximo. Entonces:

A. $a = \frac{s}{3}$ y $b = \frac{2s}{3}$
B. $a = \frac{s}{4}$ y $b = \frac{3s}{4}$
C. $a = \frac{s}{5}$ y $b = \frac{4s}{5}$
D. $a = \frac{s}{2}$ y $b = \frac{s}{2}$

17. La función $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ es:

A. Siempre creciente
B. Siempre decreciente
C. Creciente en $(-\infty, 0)$
D. Decreciente de $(-\infty, 0)$ y creciente en $(0, \infty)$

17 Bis. Si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 3$ entonces el determinante $\begin{vmatrix} -3a+3c & 2b-2d \\ -3c & 2d \end{vmatrix}$ es:

A. 18
B. -18
C. 12
D. -12

18. En una furgoneta viajan 5 pasajeros, de los cuales 3 son mujeres y 2 son hombres. Realiza una parada, se baja un pasajero y luego otro. ¿Cuál es la probabilidad de que hayan bajado un hombre y una mujer, en cualquier orden posible?

A. $0{,}60$
B. $0{,}30$
C. $0{,}24$
D. $0{,}48$

18 Bis. Si $f(x) = sen^3(x^4)$, entonces:

A. $f'(x) = 12x^3 sen^2(x^4)\cos(x^4)$
B. $f'(x) = 3sen^2(4x^3)$
C. $f'(x) = 12x^3 sen^2(x^4)$
D. $f'(x) = 12x^3 \cos^2(x^4)$

19. El peso de un pingüino emperador sigue una distribución normal de media 30 kg y desviación típica 5 kg. La probabilidad de que un peso de un pingüino emperador elegido al azar supere los 30 kg es:

A. Faltan datos para calcularla
B. 0.99
C. 0.95
D. 0.50

19 Bis. El valor de a para que los tres planos $\begin{cases} \pi_1 \equiv \ x + y + z = 1 \\ \pi_2 \equiv -x + y + z = 0 \\ \pi_3 \equiv \ ay + 2z = 1 \end{cases}$ se corten en una recta es:

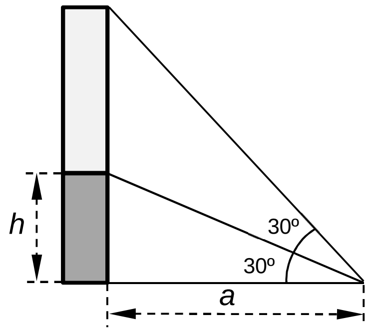
A. $a = 1$
B. $a = -1$
C. $a = 3$
D. $a = 2$

20. Una empresa de distribución quiere saber cuál es el tonelaje de materia (x) que debe almacenar para que su coste sea mínimo, siendo su función de costes $C(x) = 2x^3 - 3x^2 - 72x + 210$. Entonces x es:

A. $x\ = 3$
B. $x = 4$
C. $x = 5$ ó $x = 6$
D. $x = 21$

20 Bis. La parte inferior de la fachada de una torre de $12m$. está pintada de gris oscuro y la parte superior está pintada de gris claro. Observando la torre a cierta distancia se obtiene la información representada en la figura. ¿A qué altura *h* desde el suelo se encuentra el cambio de color?

A. $6\sqrt{3}$m
B. 4m
C. 6m
D. $4\sqrt{3}$m



21. Señale cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera siempre, para cualesquiera sucesos A y B:

A. $P(A|B) = P(A \cap B)/P(A)$
B. $P(A \cap \bar{B}) = P(A) – P(A \cup B)$
C. $P(A)/P(B) = P(A \cap B)/P(B)$
D. Ninguna es correcta

21 Bis. El resultado de $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\left(log_2 \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) x^2 + 7x + 3}{(log_2 \sqrt{2})\, x^2 + 5x - 2}$ es:

A. $-\frac{1}{6}$
B. $-\frac{3}{2}$
C. $\frac{1}{6}$
D. $-\frac{2}{3}$

22. Los valores de los parámetros a y b para que la función $f(x) = x^2 + ax + b$ pase por el punto $(1, -2)$ y tenga un extremo relativo en $x = -1$ son:

A. $a = 2$ y $b = 3$
B. $a = 5$ y $b = 0$
C. $a = 2$ y $b = -5$
D. $a = 3$ y $b = -5$

22 Bis. El valor del límite $\lim_{x \to 2} arctan\left(\frac{x}{2}\right)\frac{sen(x-2)}{x^2-4}$ es:

A. $\frac{\pi}{4}$
B. 0
C. $\frac{\pi}{16}$
D. ∞

23. El valor real de k para que no tenga inversa la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & k \end{pmatrix}$ es:

A. $k = 3$
B. $k = 0$
C. No tiene inversa para ningún valor real k
D. Tiene inversa para todo valor real k

23 Bis. La función $f(x) = \frac{2x-6}{3x+12}$:

A. Tiene una única asíntota
B. Tiene una asíntota vertical y otra oblicua
C. No tiene ninguna asíntota
D. Tiene una asíntota vertical y otra horizontal

24. Se quiere aproximar una distribución binomial $B(100;\ 0{,}9)$ a una normal, ¿qué normal nos definirá mejor la aproximación?

A. $N(90, 3)$
B. $N(90, 9)$
C. $N(100{,}3)$
D. Faltan datos

24 Bis. La función $f(x) = \begin{cases} -b\,x & x \leq 1 \\ 3\,x^2 + d & x > 1 \end{cases}$ es continua y derivable en $x = 1$ si:

A. $b = -6, d = 3$
B. $b = 3, d = -1$
C. $b = 6, d = -3$
D. $b = -3, d = 2$

Si usted, en su solicitud, no ha marcado ninguno de los programas ofertados por ICAI (Escuela Técnica Superior de Ingeniería), ha acabado su prueba de matemáticas.

Si ha incluido algún programa de ingeniería PASE LA PÁGINA.

ATENCIÓN: a partir de este momento, solo se contestarán las restantes preguntas si el candidato ha incluido en su solicitud, en cualquiera de las posiciones, algún programa de ICAI (Escuela Técnica Superior de Ingeniería).

25. Sea el polinomio $p(x) = \begin{vmatrix} x^2 & x^2 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$, entonces se puede afirmar que:

A. $p(x)$ tiene una raíz real positiva
B. $p(x)$ tiene una raíz real negativa
C. $p(x)$ no tiene ninguna raíz real
D. $p(x)$ tiene dos raíces reales positivas y distintas

26. El punto medio de los puntos de la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ que equidistan de los planos $\pi_1 \equiv x + y + z + 3 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + y - z - 3 = 0$ es:

A. $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
B. $(0, -3, -3)$
C. $\left(0, \frac{-3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$
D. $(2,1,3)$

27. La función $f(x) = \frac{e^x}{x^2+x+1}$ verifica que:

A. Es decreciente en $(0,2)$
B. Es creciente en $(-1,1)$
C. Tiene un mínimo relativo en $x_0 = 1$
D. Tiene únicamente un extremo relativo

28. Luis tiene una parcela cuadrada de área $\frac{25}{4}\pi^2\ km^2$ con una valla metálica que quiere quitar. Su vecina Sara tiene una parcela circular y comprueba que con la valla que va a desechar Luis, puede cercar de forma exacta su finca. Entonces el área de la finca de Sara es:

A. $25\ km^2$
B. $25\pi\ km^2$
C. $5\pi^2\ km^2$
D. $50\pi\ km^2$

29. El dominio de la función $f(x) = \frac{Ln(1-e^{x-5})}{\sqrt{x^2-1}}$ es:

A. $(-\infty,-1) \cup (1,5)$
B. $(-1,5)$
C. $(-\infty,-1) \cup (5,\infty)$
D. $(1,5)$

30. El área máxima de un triángulo que tenga un lado paralelo al eje X, dos de sus vértices sobre la gráfica de $f(x) = e^{-x^2}$ y el otro vértice sobre el eje X es:

A. $\frac{1}{\sqrt{2e}}$
B. $\sqrt{\frac{2}{e}}$
C. $\sqrt{\frac{e}{2}}$
D. $\frac{1}{\sqrt{e}}$